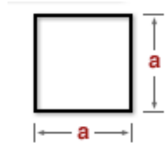
# Surfaces et volumes

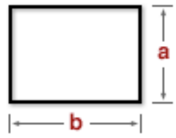
## Aires planes



### carré

aire : $A = a^2$

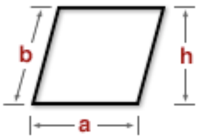
périmètre : $P = 4a$



### rectangle

aire : $A = a\,b$

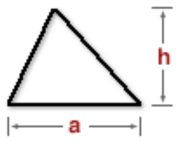
périmètre: $P = 2(a + b)$



### parallélogramme (1)

aire : $A = a.h$

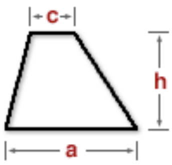
périmètre : $P = 2(a + b)$



### triangle

aire : $A = \dfrac{a.h}{2}$

périmètre : $P = somme\ des\ côtés$



### trapèze

aire : $A = \dfrac{h(a + c)}{2}$

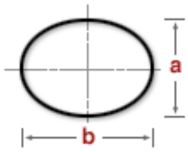
périmètre : $P = somme\ des\ côtés$



### cercle (2)

aire : $A = \pi\, r^2$

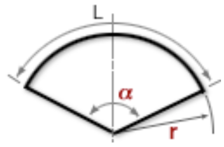
périmètre : $P = 2\,\pi\, r$



### ellipse

aire : $A = \dfrac{\pi\, a\, b}{4}$

périmètre : $P = \pi \sqrt{\dfrac{(a^2 + b^2)}{2}}$

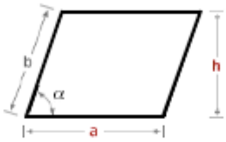


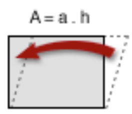
### arc de cercle

longueur : $L = r\alpha$ (α en radians)

aire: $P = \dfrac{L.r}{2}$

***(1)- INFOS parallélogramme***



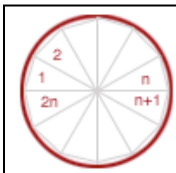


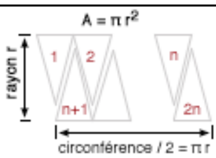
explication géométrique

Beaucoup de calculs de surface peuvent se ramener à un ou plusieurs parallélogrammes.
Le **rectangle** est un cas particulier du parallélogramme dont α = 90° et b = h. Si de plus a = b, on a affaire à un carré.
Le **losange** est un parallélogramme dont les 4 côtés sont égaux.
Le **triangle** et le **trapèze** sont des demi-parallélogrammes.



***(2)- INFOS cercle***



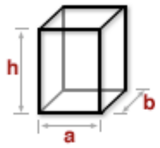



Longueur d'un arc de rayon **r** et d'angle **α**
L = r . α (α en radians)
donc demi circonférence = $\pi$ r
Le cercle peut être assimilé à un polygone régulier à 2n côtés. L'arrangement des triangles ci-contre forme un parallélogramme.

<u>rappel</u> :

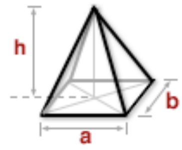
$$\alpha \text{ radians} \equiv \frac{\alpha\ .\ 180}{\pi} \text{ degrés}$$

# Volumes



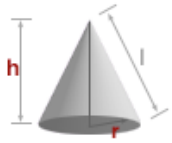

## parallélépipède

volume : $V = a.b.c$
cas du **cube** :
a = b = h, $V = a^3$




## pyramide [1]

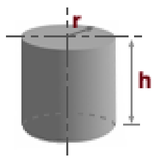
volume : $V = \dfrac{a.b.h}{3}$




## cône

aire $_{lat.}$ : $A = \pi\, r.l$ avec $l = \sqrt{r^2 + h^2}$

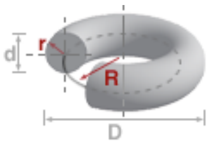
volume : $V = \dfrac{\pi\, r^2.h}{3}$




## cylindre

aire $_{lat.}$ : $A = 2\pi\; r\; h$

volume : $V = \pi\, r^2\, h$

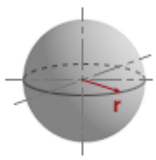



## tore [2]

aire : $A = 4\pi^2\, R.r$

volume : $V = 2\pi^2\, R.r^2$

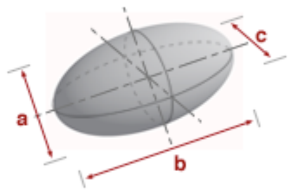
$V = \dfrac{\pi^2\, d^2 (D-d)}{4}$




## sphère

aire : $A = 4\pi\, r^2$

volume : $V = \dfrac{4\pi\, r^3}{3}$



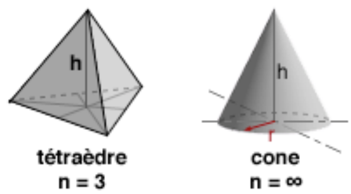

## ellipsoïde

volume : $V = \dfrac{4\pi\, a.b.c}{3}$

***(1)- INFOS pyramide***

La famille des pyramides, quelque soit la forme de leur base, polyèdre régulier ou non de 3 à n côtés, a un volume égal à :

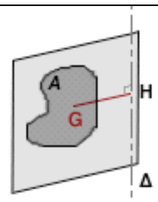
$$V = \frac{aire_{base}.h}{3}$$




***(2)- INFOS tore***

**Théorème de Guldin**
Mathématicien suisse (1577-1643)

Le théorème de Guldin permet de calculer le volume engendré par un objet plan d'aire $\boldsymbol{A}$ en révolution autour d'un axe $\boldsymbol{\Delta}$ situé dans le même plan.

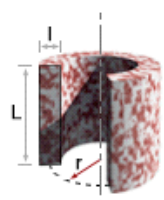



Soit H, la projection orthogonale du point G, barycentre de l'aire $\boldsymbol{A}$, sur $\boldsymbol{\Delta}$, alors :

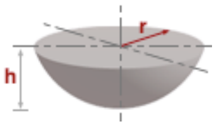
$V = 2\,\pi A\,.\,GH$

*exemple* :

$V = 2\,\pi\, l\,.\,R\,.\,r$



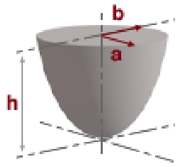

On peut vérifier ce résultat facilement puisqu'il s'agit de la soustraction d'un volume d'un cylindre à un autre.




**calotte sphérique**

aire : $A = 4\pi(r^2 + h^2)$

volume: $V = \dfrac{\pi\, h\,(3r^2 + h^2)}{6}$




**paraboloïde**

volume : $V = \dfrac{\pi\ a.b.h}{2}$




**octaèdre**

aire : $A = 2a^2\sqrt{3}$

volume : $V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$




**icosaèdre** (20 faces)

aire : $A = 5a^2\sqrt{3}$

volume : $V = \dfrac{5a^3}{6}\left(\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2$

$\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ est aussi appelé nombre d'or $\phi$




**dodécaèdre** (12 faces)

aire : $A = 3a^2\sqrt{25+10\sqrt{5}}$

volume : $V = \dfrac{a^3}{4}\left(15+7\sqrt{5}\right)$

@ consulter

- Formules mathématiques en géométrie : Daniel Robert
  http://perso.orange.fr/daniel.robert9/Formulaires_mathematiques.html
- Sciences.ch : Géométrie
  http://www.sciences.ch/htmlfr/geometrie/geometrieformes01.php
- Mesures de longueurs, d'aires ou de volumes : IUFM Créteil
  http://mathsplp.creteil.iufm.fr/ht_works/exposes/volumes/volumes.htm

---